



# **Curso – Biomecánica computacional**

Laboratorio I – Métodos numéricos

Plan de estudios - Ingeniería civil en Biomédica

Profesor: Aldo Abarca Ortega ([aldo.abarca@usach.cl](mailto:aldo.abarca@usach.cl))

Santiago de Chile, Agosto 2025



## Métodos numéricos: Métodos abiertos

Corresponden a aquellos que emplean iteraciones sistemáticas de prueba y error. No requiere que el intervalo inicial encierre a la raíz.

- Punto fijo.
- Método de la secante.
- Raíces múltiples.
- Sistemas no lineales.
- Método de Newton-Raphson.

¡Pueden divergir!



## Método de Newton-Raphson

Sea  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  una función derivable definida en el intervalo real  $[a, b]$ .

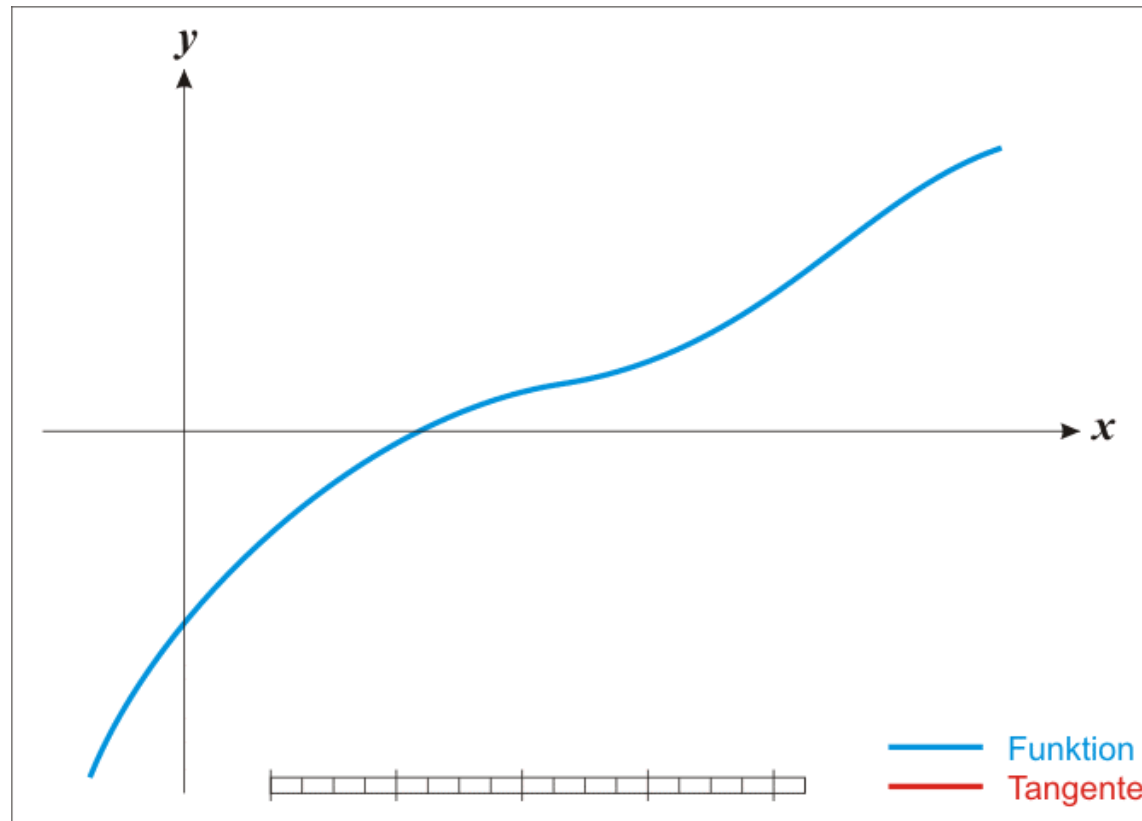
Se define entonces un valor inicial  $x_0$  y para cada número natural  $i$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

¡Este método es sólo para funciones de una sola variable con forma analítica o implícita conocida!



# Método de Newton-Raphson - Algoritmo



[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/e0/NewtonIteration\\_Ani.gif](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/e0/NewtonIteration_Ani.gif)



# Método de Newton-Raphson - Algoritmo

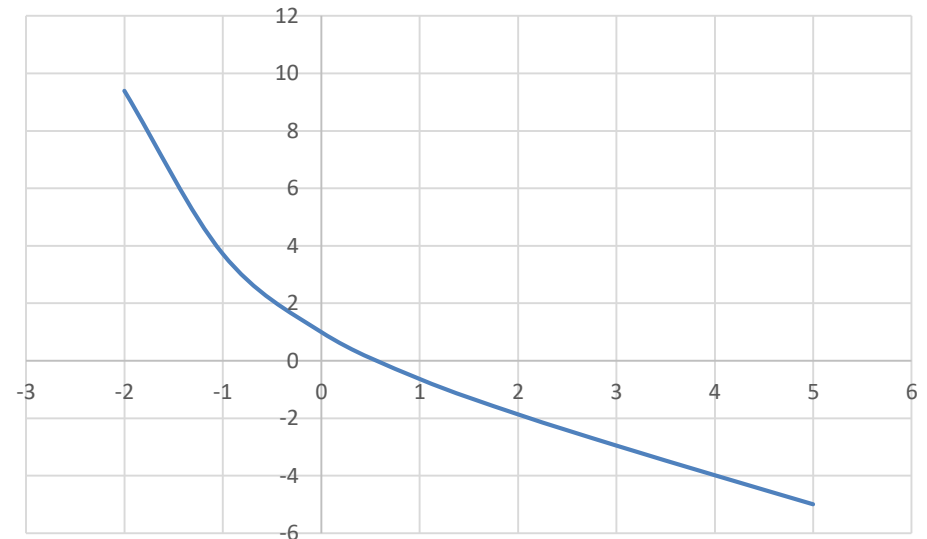
1. Se hace una aproximación inicial  $x_i$ . Se define también error admisible y, generalmente, cantidad máxima de iteraciones N.
2. Con la aproximación inicial se inicia el método  $x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$ .
3. Si el error relativo es menor al admisible el método termina, si no se toma  $x_i = x_{i+1}$ . En caso de que las iteraciones superen el máximo N, o no se llegue al error admisible, el método no converge. Se vuelve al paso 2.



## Ejemplo

Con el método de Newton-Raphson calcule la raíz de  $f(x) = e^{-x} - x$ . Use un valor inicial de  $x_0 = 1$ . Utilice un error aceptable del 2%.

i	x	f(x)	f'(x)	Error relativo
0	1.00000	-0.63212	-1.36788	---
1	0.53788	0.04610	-1.58398	85.914%
2	0.56699	0.00024	-1.56723	5.133%
3	0.56714	0.00000	-1.56714	0.028%
4	0.56714			0.000%





## Aproximación de funciones

- Los datos que se obtienen en cualquier tipo de estudio, ya sea mecánico, económico, etc. son discretos, es decir, hay espacio entre dato y dato. Hay situaciones en donde se requiere saber la respuesta de un sistema en un valor intermedio, donde no existan datos registrados.
- Hay situaciones en donde una función complicada se puede reducir a varias funciones simples dividiendo su comportamiento por tramos.

Regresión por mínimos cuadrados

Interpolación de Lagrange



# Aproximación de funciones

## Regresión por mínimos cuadrados

Se utiliza cuando los datos tienen cierto nivel de error o ruido, en donde se busca observar su tendencia general.

## Interpolación de Lagrange

Se utiliza cuando los datos obtenidos son muy precisos y se requiere que la curva ajustada recorra cada punto en forma directa.





## Interpolación de Lagrange

Dado un conjunto de  $n+1$  puntos  $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$  donde todos los  $x_i$  se asumen distintos. Los puntos se pueden ajustar a un polinomio de  $n$ -ésimo grado a  $n+1$  datos. Siendo:

$$f_n(x) = b_0 + b_1(x - x_0) + \dots + b_n(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1})$$

Los puntos asociados con datos se utilizan para evaluar los coeficientes  $b_0, b_1, \dots, b_n$ .

$$b_0 = f(x_0)$$

$$b_1 = f(x_1, x_0)$$

$$b_2 = f(x_2, x_1, x_0)$$

$$\vdots$$

$$b_n = f(x_n, x_{n-1}, \dots, x_1, x_0)$$



## Interpolación de Lagrange

Dado un conjunto de  $n+1$  puntos  $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$  donde todos los  $x_i$  se asumen distintos. Los puntos se pueden ajustar a un polinomio de  $n$ -ésimo grado a  $n+1$  datos. Siendo:

$$f_n(x) = \sum_{i=0}^n L_i(x) f(x_i) \quad \text{donde} \quad L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

En la versión lineal ( $n=1$ )

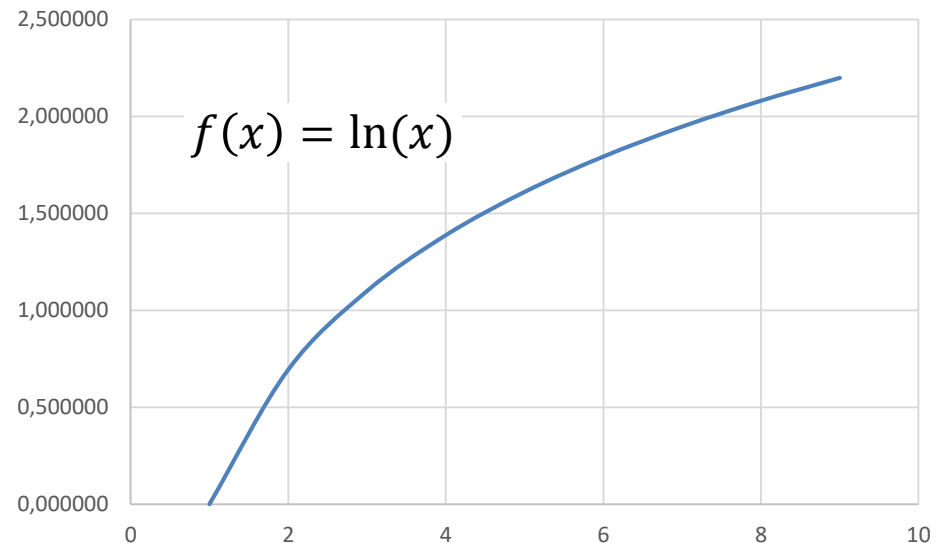
$$f_1(x) = \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} f(x_0) + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} f(x_1)$$



## Ejemplo

Ajuste la función logaritmo natural usando polinomios de Lagrange de primer y segundo orden. Evalúe  $\ln 2$  basándose en los siguientes datos:

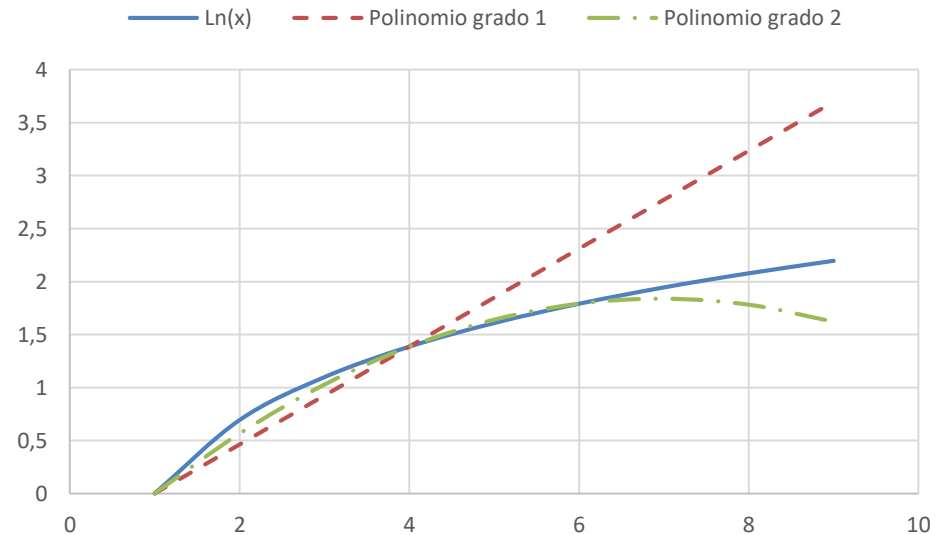
$x_0$	$f(x_0)$
1	0
4	1.38629436
6	1.79175947



## Ejemplo

Ajuste la función logaritmo natural usando polinomios de Lagrange de primer y segundo orden. Evalúe  $\ln 2$  basándose en los siguientes datos:

x	$\ln(x)$	$f1(x)$	$f2(x)$
1	0,000000	0,000000	0,000000
2	0,693147	0,462097	0,565844
3	1,098612	0,924193	1,027942
4	1,386294	1,386290	1,386294
5	1,609438	1,848387	1,640900
6	1,791759	2,310483	1,791760
7	1,945910	2,772580	1,838874
8	2,079442	3,234677	1,782242
9	2,197225	3,696773	1,621864





# **Curso – Biomecánica computacional**

Laboratorio I – Métodos numéricos

Plan de estudios - Ingeniería civil en Biomédica

Profesor: Aldo Abarca Ortega ([aldo.abarca@usach.cl](mailto:aldo.abarca@usach.cl))

Santiago de Chile, Agosto 2025